



**MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU MOYEN**  
**ÉPREUVE 2**

Jeudi 6 mai 2010 (matin)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toute la section A dans les espaces prévus à cet effet.
- Section B : répondez à toute la section B sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Inscrivez votre numéro de session sur chaque livret de réponse que vous avez utilisé et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponse utilisées dans la case prévue à cet effet sur la couverture du livret.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

### SECTION A

Répondez à **toutes** les questions dans les espaces prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 7]

Le tableau ci-dessous donne les notes d'examen de 120 élèves.

Note	Nombre d'élèves	Fréquence cumulée
1	9	9
2	25	34
3	35	$p$
4	$q$	109
5	11	120

(a) Trouvez la valeur de

(i)  $p$  ;

(ii)  $q$ .

[4 points]

(b) Trouvez la note moyenne.

[2 points]

(c) Donnez l'écart-type.

[1 point]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 6]

Une suite arithmétique,  $u_1, u_2, u_3, \dots$ , est telle que  $d = 11$  et  $u_{27} = 263$ .

(a) Trouvez  $u_1$ . [2 points]

(b) (i) Étant donné que  $u_n = 516$ , trouvez la valeur de  $n$ .

(ii) Pour cette valeur de  $n$ , trouvez  $S_n$ . [4 points]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



3. [Note maximale : 5]

Jan joue un jeu en jetant deux dés équilibrés à six faces. Elle gagne un lot si la somme des dés est cinq.

(a) Jan jette les deux dés une fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne un lot. [3 points]

(b) Jan jette les deux dés huit fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne trois lots. [2 points]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



4. [Note maximale : 6]

Trouvez le terme en  $x^4$  dans le développement de  $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

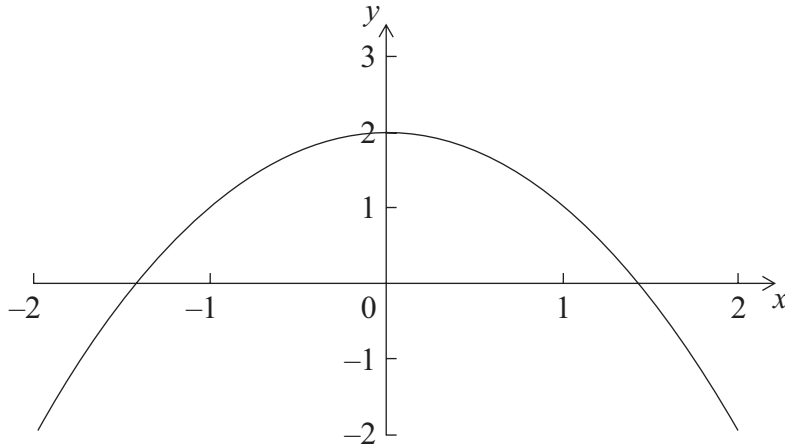
.....

.....



5. [Note maximale : 7]

On considère  $f(x) = 2 - x^2$ , avec  $-2 \leq x \leq 2$  et  $g(x) = \sin e^x$ , avec  $-2 \leq x \leq 2$ .  
La représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



- (a) Sur la figure ci-dessus, esquissez la représentation graphique de  $g$ . [3 points]
- (b) Résolvez  $f(x) = g(x)$ . [2 points]
- (c) Donnez l'ensemble des valeurs de  $x$  telles que  $f(x) > g(x)$ . [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

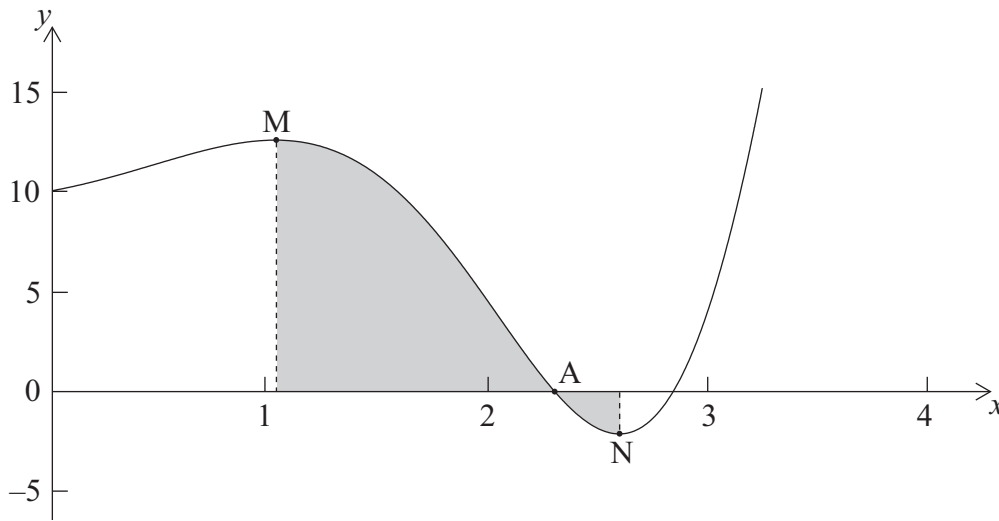
.....

.....



6. [Note maximale : 6]

Soit  $f(x) = e^x \sin 2x + 10$ , avec  $0 \leq x \leq 4$ . Une partie de la représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



Sont représentés une abscisse à l'origine au point A, un maximum relatif au point M avec  $x = p$  et un minimum relatif au point N avec  $x = q$ .

(a) Donnez l'abscisse de A. [1 point]

(b) Trouvez la valeur de

(i)  $p$  ;

(ii)  $q$ . [2 points]

(c) Trouvez  $\int_p^q f(x) dx$ . Expliquez pourquoi ceci n'est pas l'aire de la région grisée. [3 points]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



7. [Note maximale : 8]

Le nombre de bactéries,  $n$ , dans une boîte de Petri, après  $t$  minutes est donné par  $n = 800e^{0,13t}$ .

- (a) Trouvez la valeur de  $n$  quand  $t = 0$ . [2 points]
- (b) Trouvez le taux d'accroissement de  $n$  quand  $t = 15$ . [2 points]
- (c) Après  $k$  minutes, le taux d'accroissement de  $n$  est supérieur à 10 000 bactéries par minute. Trouvez la plus petite valeur de  $k$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$ . [4 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





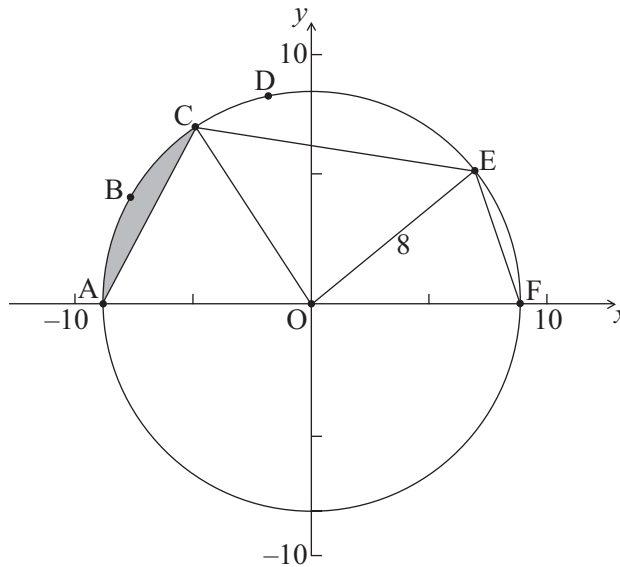
Veuillez **NE PAS** écrire sur cette page.

**SECTION B**

Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 15]

La figure ci-dessous représente un cercle de centre O et de rayon 8 cm.



*la figure n'est pas à l'échelle*

Les points A, B, C, D, E et F sont sur le cercle, et [AF] est un diamètre. La longueur de l'arc ABC est 6 cm.

(a) Trouvez la mesure de l'angle AOC. [2 points]

(b) À partir de là, trouvez l'aire de la région grisée. [6 points]

L'aire du secteur OCDE est 45 cm<sup>2</sup>.

(c) Trouvez la mesure de l'angle COE. [2 points]

(d) Trouvez EF. [5 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

9. [Note maximale : 16]

Dans cette question, les distances sont en mètres.

Des maquettes d'avion volent en ligne droite à vitesse constante. Le premier avion passe par le point A. Sa position,  $p$  secondes après qu'il soit passé par A, est donnée

$$\text{par } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) (i) Donnez les coordonnées de A.

(ii) Trouvez la vitesse de l'avion en  $\text{ms}^{-1}$ .

[4 points]

(b) Après sept secondes, l'avion passe par le point B.

(i) Trouvez les coordonnées de B.

(ii) Trouvez la distance parcourue par l'avion pendant ces sept secondes.

[5 points]

(c) Le deuxième avion passe par le point C. Sa position,  $q$  secondes après qu'il soit

$$\text{passé par C, est donnée par } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

L'angle entre les trajectoires du premier avion et du deuxième est  $40^\circ$ . Trouvez les deux valeurs de  $a$ .

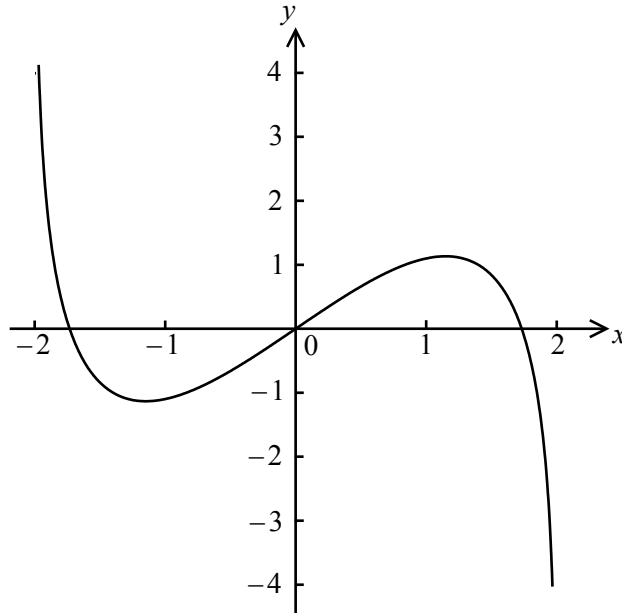
[7 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

10. [Note maximale : 14]

On considère  $f(x) = x \ln(4 - x^2)$ , avec  $-2 < x < 2$ . La représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



- (a) Soient P et Q les points de la courbe représentant  $f$  où la tangente à la représentation graphique de  $f$  est parallèle à l'axe des abscisses.
  - (i) Trouvez l'abscisse de P et de Q.
  - (ii) On considère  $f(x) = k$ . Donnez toutes les valeurs de  $k$  pour les-quelles il y a exactement deux solutions. [5 points]

Soit  $g(x) = x^3 \ln(4 - x^2)$ , avec  $-2 < x < 2$ .

- (b) Montrez que  $g'(x) = \frac{-2x^4}{4 - x^2} + 3x^2 \ln(4 - x^2)$ . [4 points]
- (c) Esquissez la représentation graphique de  $g'$ . [2 points]
- (d) On considère  $g'(x) = w$ . Donnez toutes les valeurs de  $w$  pour les-quelles il y a exactement deux solutions. [3 points]

